



# TEÓRIA FIRMY

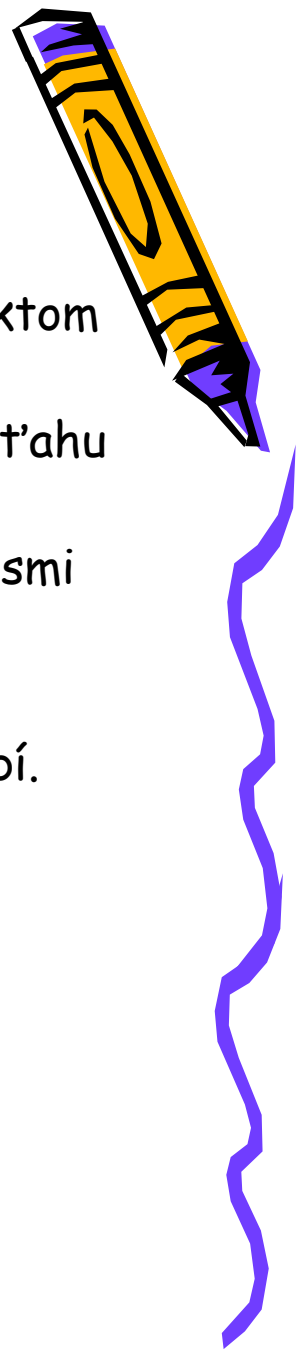
## Výroba a náklady

### Cvičenie 4



Ing. Zuzana Staníková, PhD.

# KONTROLNÉ OTÁZKY



1. Čo vyjadruje produkčná funkcia?
2. V čom spočíva rozdiel medzi priemerným a hraničným produktom z variabilného vstupu?
3. V čom spočíva rozdiel medzi krátkym a dlhým obdobím vo vzťahu k produkcii.
4. Vysvetlite rozdiel medzi zákonom klesajúcich výnosov a výnosmi z rozsahu.
5. Čo znázorňujú izokvanty?
6. Vysvetlite rozdiel medzi nákladmi v krátkom a v dlhom období.
7. Čo znázorňuje izokosta (priamka rovnakých nákladov)?
8. Čo vyjadruje hraničná miera technickej substitúcie a ako sa vypočíta?
9. Kedy sa firma nachádza na úrovni technologického optima?
10. Čo vyjadruje krivka rastu výstupu?
11. Aký vzťah platí medzi krivkami dlhodobých celkových, priemerných a hraničných nákladov?



# Úloha 1.

**Prirad'te k nasledujúcim pojmom príslušné definície:**

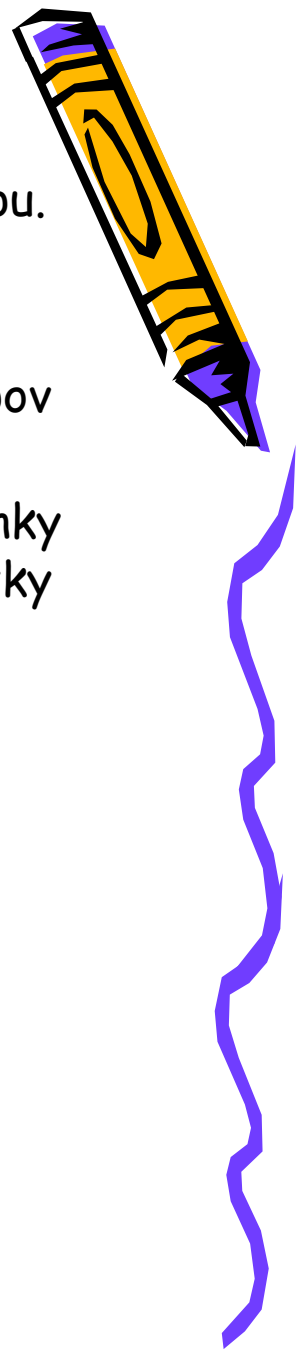
- a) Krátke obdobie
- b) Produkčná funkcia
- c) Fixný vstup
- d) Hraničné náklady
- e) Priemerné fixné náklady
- f) Zákon klesajúcich výnosov z variabilného vstupu
- g) Variabilný vstup
- h) Izokosta (priamka rovnakých nákladov)
- i) Hraničná miera technickej substitúcie
- j) Mapa izokvant

- k) Hraničný produkt variabilného vstupu
- l) Dlhé obdobie
- m) Technologické optimum firmy
- n) Variabilné náklady
- o) Zákon klesajúceho hraničného produktu
- p) Priemerný produkt variabilného vstupu
- q) Izokvanta
- r) Priemerné variabilné náklady
- s) Fixné náklady
- t) Celkový produkt



## Úloha 1. - pokračovanie

1. Rôzne kombinácie vstupov znázorňujúcich rovnakú úroveň výstupu.
2. Najdlhšie časové obdobie, v ktorom nemožno meniť veľkosť minimálne jedného zo vstupov použitých vo výrobnom procese.
3. Celkové množstvo produkcie vyrobené určitým množstvom vstupov merané vo fyzických jednotkách.
4. Zvyšovaním variabilného vstupu rovnakou proporciou, za podmienky konštantných ostatných vstupov, budú od určitej úrovne prírastky celkovej produkcie klesať.
5. Náklady, ktoré sa so zmenou objemu produkcie menia.
6. Vstup, ktorého veľkosť nie je možné meniť v rámci daného časového obdobia.
7. Pomer, v ktorom je možné nahrádzať jeden vstup druhým bez zmeny výstupu.
8. Vzťah medzi celkovým množstvom výstupu a použitými vstupmi.
9. Celkový produkt delený množstvom variabilného vstupu.



# Úloha 1. - pokračovanie

- 10) Fixné náklady delené množstvom výstupu.
- 11) Zmena celkového produktu, ktorá nastane v dôsledku zmeny variabilného vstupu, za podmienky konštantných ostatných vstupov.
- 12) Nájdanie optimálnej kombinácie vstupov, prostredníctvom ktorých vyrobíme danú úroveň produkcie s minimálnymi nákladmi.
- 13) Zmena celkových nákladov, vyplývajúca z produkcie dodatočnej jednotky výstupu.
- 14) Najkratšie časové obdobie nevyhnutné k zmene veľkosti všetkých vstupov použitých vo výrobnom procese.
- 15) Variabilné náklady delené množstvom výstupu.
- 16) Grafické znázornenie rôznych úrovní výstupu.
- 17) Grafické znázornenie rôznych kombinácií vstupov, ktoré je možné kúpiť pri určitej danej celkovej peňažnej sume.
- 18) Náklady, ktoré sa nemenia so zmenou objemu produkcie v rámci určitej výrobnnej kapacity.
- 19) Zvyšovanie variabilného vstupu rovnakou proporciou spôsobí pokles hraničného produktu.
- 20) Vstup, ktorého veľkosť je možné ľubovoľne meniť v rámci danej výrobnnej kapacity.



## Úloha 2.

Uvažujme krátkodobý výrobný proces výroby kosačiek, ktorý môžeme vyjadriť funkciou

$$TPP(Q) = f(K, L) = 3KL$$

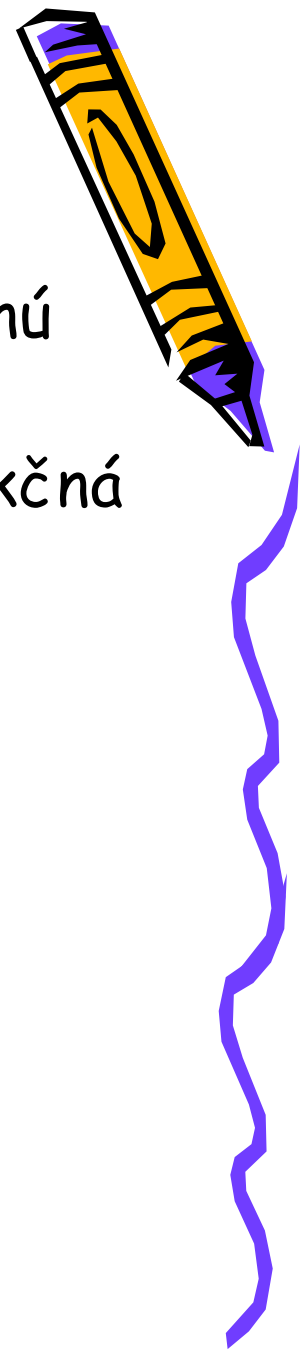
Q je počet kosačiek/týždeň,

L je počet človekohodín/týždeň

Predpokladáme, že kapitál (K) je v krátkom období fixovaný na úrovni

$K_0=1$  strojhod./týždeň.

- a) Nakreslite túto produkčnú funkciu.
- b) Ako sa zmení táto produkčná funkcia, ak bude kapitál fixovaný na úrovni
  - $K_1=3$  strojhod./týždeň?



## Úloha 3.

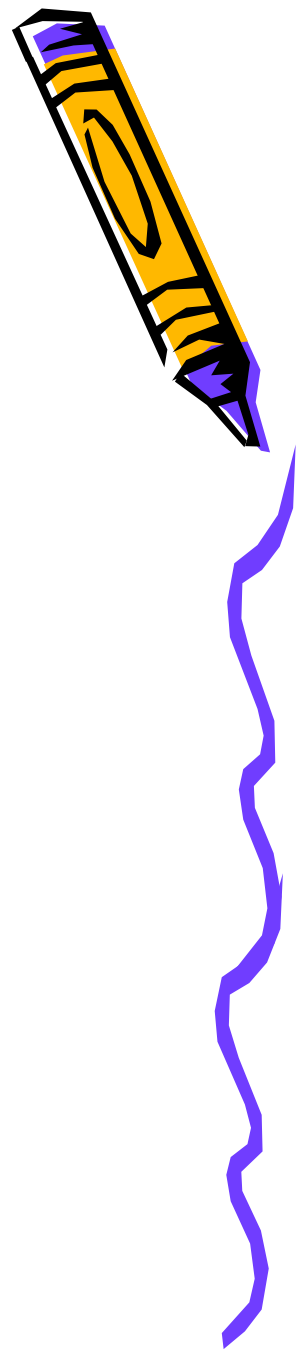
Nakreslite produkčnú funkciu výroby kosačiek v krátkom období.  
Produkčná funkcia je daná vzťahom

$$Q = f(K, L) = \sqrt{K}\sqrt{L}$$

Kapitál (K) je v krátkom období fixovaný na úrovni  
*K=4 strojhod./týždeň.*



## Úloha 3. - riešenie



## Úloha 4.

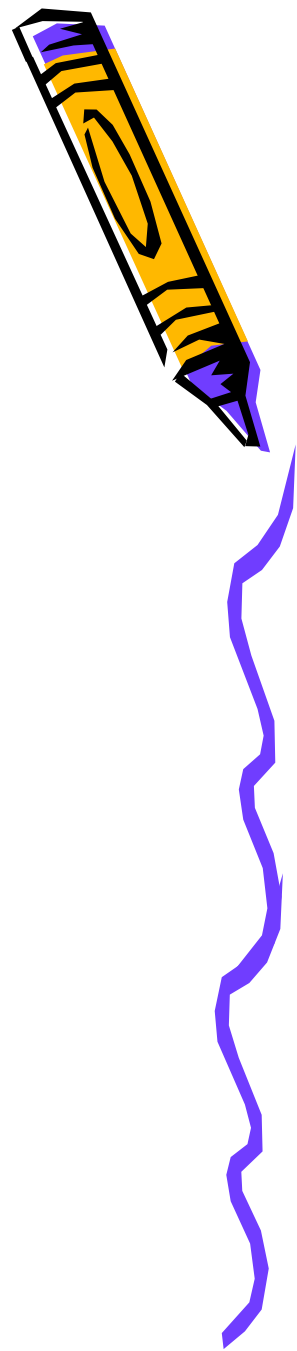
Pre každú z nasledujúcich produkčných funkcií je kapitál fixovaný na úrovni  $K=4$  strojhod./týždeň.

a)  $Q = f(K, L) = 2K + 2L$

b)  $Q = f(K, L) = 3K^2L$

c)  $Q = f(K, L) = \sqrt{K}\sqrt{L}$

Pre každú produkčnú funkciu vypočítajte hraničný produkt práce a určite, či vyhové zákonu klesajúcich výnosov.



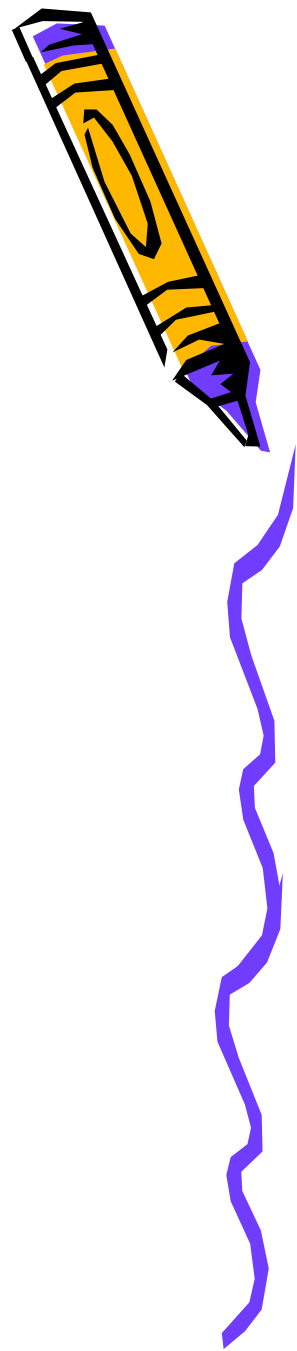


## Úloha 5.

Aký bude  $MP_L$  v  
produkčnej funkcii

$$Q = f(K, L) = 2K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}}$$

ak je kapitál  
fixovaný na úrovni  
 $K = 27$  strojhod./t.

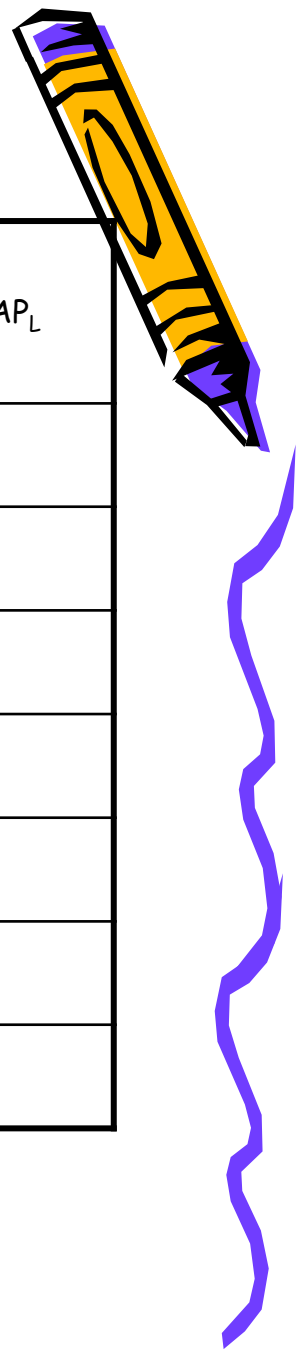


## Úloha 6.

Firma produkuje v krátkom období pri stálom kapitálovom vybavení a meniacom sa variabilnom vstupe. Tabuľka ukazuje, ako sa mení množstvo práce pri jednotlivých úrovniach výstupu

- Vypočítajte hraničný produkt práce ( $MP_L$ ) a priemerný produkt práce ( $AP_L$ )
- Graficky znázorníte  $MP_L$  a  $AP_L$  (môžete použiť EXCEL)
- Približne od akej úrovne pracovného vstupu sa začína výnos znižovať?
- Približne pri akej úrovni pracovného vstupu  $MP_L$  pretne  $AP_L$ ?

Práca L (Pracovníci i/týždeň)	Výstup (výrobky/ týždeň)	$MP_L$	$AP_L$
0	0	-----	
1	35		
2	80		
3	122		
4	156		
5	177		
6	180		



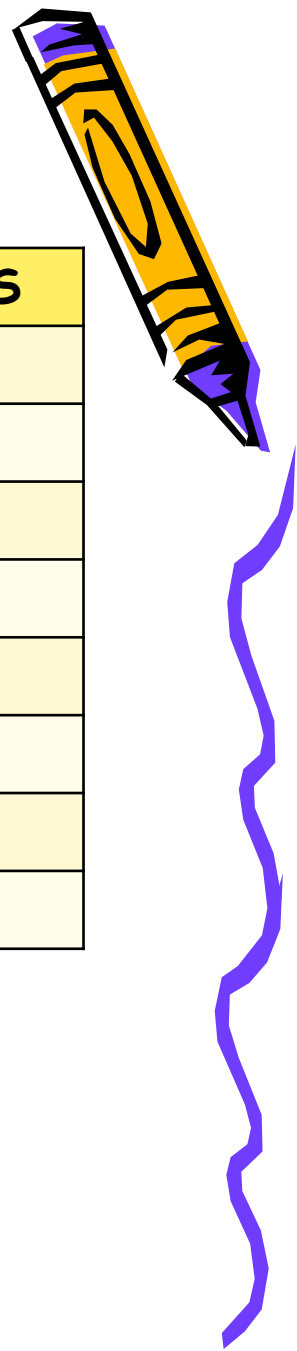
## Úloha 7.

Produkčná funkcia v dlhom období zodpovedajúca úrovni výstupu  $Q = 24$  je daná rovnicou

$$Q = f(K, L) = 2KL.$$

Pre túto produkčnú funkciu doplňte do tabuľky chýbajúce údaje vstupu kapitálu a hraničnej miery technickej substitúcie pre príslušné dvojice K a L.

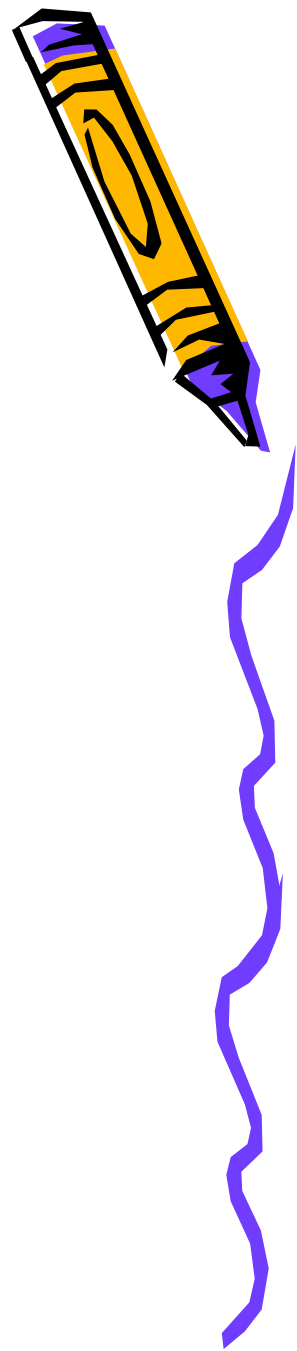
L	K	MRTS
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		



## Úloha 8.

Nakreslite mapu  
izokvant pre  
produkčnú funkciu  
 $Q = \min(2K, 3L)$

O aký typ  
produkčnej funkcie  
ide?



## Úloha 9.

Zistite, aké výnosy z rozsahu vykazujú nasledujúce výrobné funkcie:

$$a) Q = f(K, L) = \sqrt{K}\sqrt{L}$$

$$b) Q = f(K, L) = K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}}$$

$$c) Q = f(K, L) = 3K + 6L$$

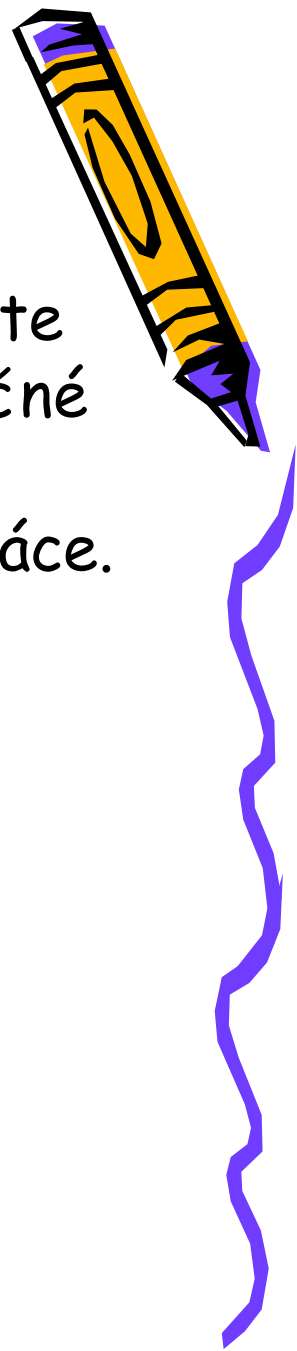
$$d) Q = f(K, L) = K^{0,6}L^{0,5}$$

$$e) Q = f(K, L) = aK^3 + bL^3$$



## Bonusová úloha 10. (2 body)

Z príkladu 9 vypočítajte pre jednotlivé produkčné funkcie hraničné produkty kapitálu a práce.





# Úloha 10.: doplňte definície

1. Produkčná funkcia vyjadruje vzťah medzi množstvom vstupov a príslušným .....
2. Zákon klesajúcich výnosov znie: Od určitého bodu rastie výstup ....., než sa zvyšuje variabilný vstup.
3. Priemerný produkt variabilného vstupu vypočítame tak, že podelíme ..... vstupom.
4. Hraničná miera technickej substitúcie vyjadruje pomer, ktorom je možné nahrádzať jeden vstup druhým bez zmeny .....
5. Ak sú obidva vstupy v danej výrobe dokonalými substitútmi, hraničná miera technickej substitúcie medzi týmito vstupmi bude .....
6. Výnosy z rozsahu udávajú, ako sa bude meniť výstup, ak sa ..... vstupy zmenia ..... proporciou.
7. Cobb-Douglasovu produkčnú funkciu vieme vyjadriť rovnicou .....
8. Ak sa zvýši výstup v dôsledku akéhokoľvek rastu kombinácie vstupov, potom firma vykazuje .....



# Úloha 10. - pokračovanie

9. Variabilné náklady vypočítame ako .....
10. Hraničné náklady vypočítame ako .....
11. Izokosta vyjadruje rôzne kombinácie ....., pomocou ktorých vyprodukuje úroveň .....
12. Firma dosiahne technologické optimum pri takej kombinácii K a L, pri ktorej sa rovnajú .....
13. Ak sú nákladové krivky v tvare U, môžeme povedať, že krivka dlhodobých priemerných nákladov je .....  
kriviek krátkodobých priemerných nákladov.
14. Náklady, ktoré sa menia s rozsahom produkcie sa označujú ako .....

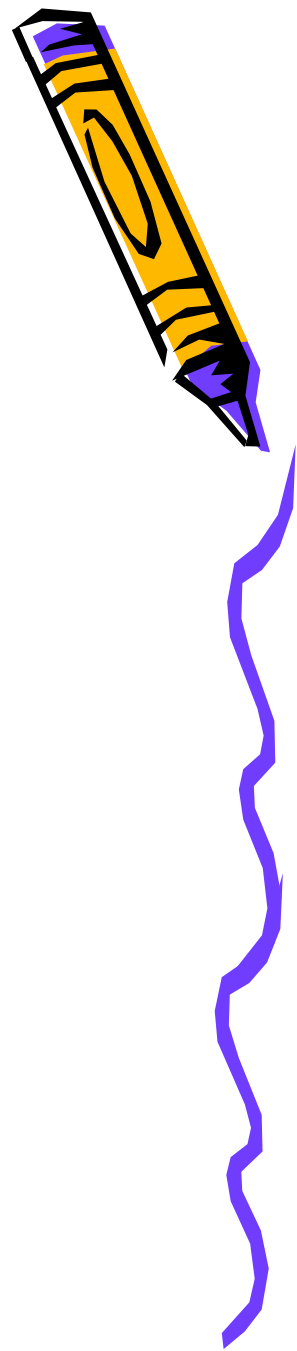


# Úloha 11.

Nakreslite krivky  
progresívnych,  
degresívnych a  
proporcionálnych  
variabilných nákladov



Ing. Zuzana Staníková, PhD.



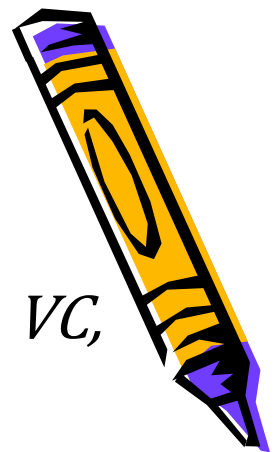


## Úloha 12.

Máme danú produkčnú funkciu pre krátke obdobie

$Q = 6KL$ , kde kapitál ( $K$ ) je pevne určený vo výške 2 strojhod./čas, cena kapitálu je 2 €/strojhod a cena práce je 6 €/človekohod.. Pre túto produkčnú funkciu nakreslite krivky

- fixných, variabilných a celkových nákladov ( $FC$ ,  $VC$ ,  $TC$ )
- priemerných fixných, priemerných variabilných, priemerných celkových nákladov a hraničných nákladov ( $AFC$ ,  $AVC$ ,  $ATC$  a  $MC$ )

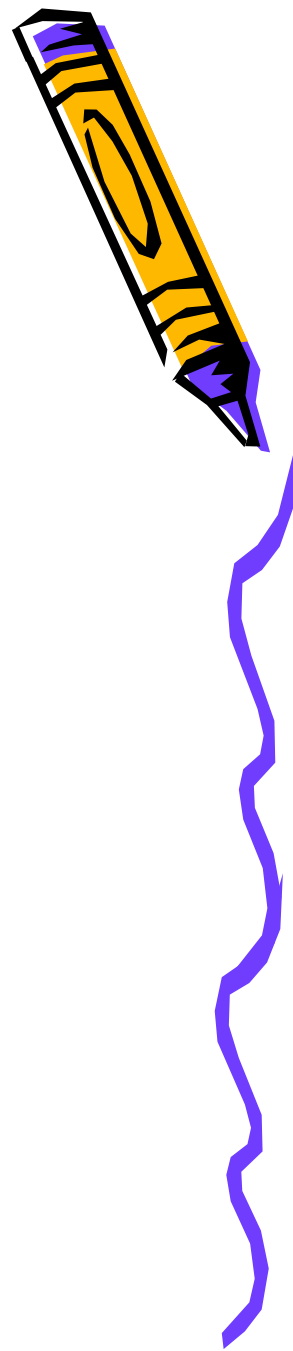


## Úloha 13.

Predpokladajme  
produkčnú funkciu:

$$Q = \min (K, L)$$

- a) Nakreslite mapu izokvant pre túto produkčnú funkciu.
- b) Ak je cena práce 5 a cena kapitálu 10, aké budú najnižšie náklady na produkciu 10 jednotiek výstupu?
- c) Aké výnosy z rozsahu vykazuje táto produkčná funkcia?



# Úloha 14. - bonusová (2 body)

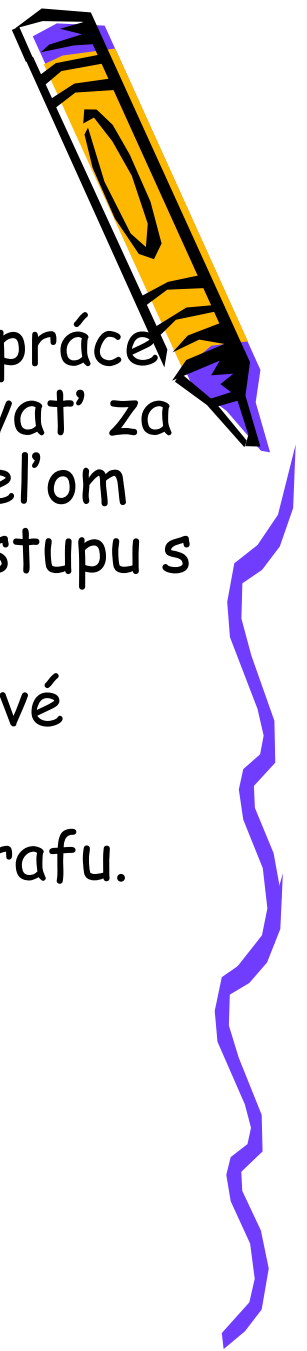
Produkčná funkcia firmy je daná vzťahom

$$Q = 4KL$$

K a L sú jej vstupy kapitálu a práce.

Cena práce je 3 €/oshod. a cena kapitálu 12 €/strojhod.

- Aké množstvo kapitálu a práce by mala táto firma používať za predpokladu, že je jej cieľom vyrábať 64 jednotiek výstupu s minimálnymi nákladmi?
- Aké budú dlhodobé celkové náklady tejto firmy?
- Výsledky zakreslite do grafu.

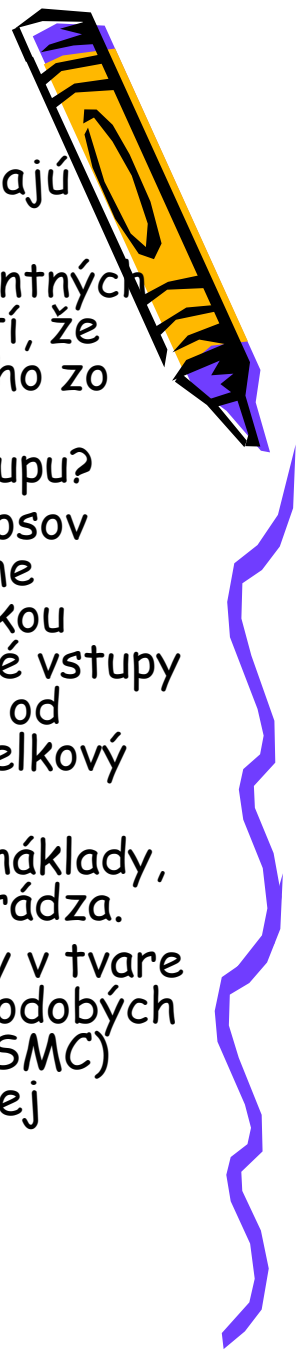


## Úloha 15.

Sú nasledujúce tvrdenia správne? **ANO/NIE**

- Rozdiel medzi dlhým a krátkym obdobím spočíva v tom, že v krátkom období existuje aspoň jeden fixný vstup, zatiaľ čo v dlhom období sú všetky vstupy variabilné?
- Hraničný produkt variabilného vstupu vyjadríme ako celkový produkt delený množstvom tohto vstupu.
- Medzi hraničným a priemerným produktom platí vzťah: krivka hraničného produktu pretína krivku priemerného produktu v jej minimálnej hodnote.
- Ak produkčná funkcia vykazuje klesajúce výnosy z rozsahu, tak pre ňu súčasne platí aj zákon klesajúcich výnosov.

- Izokvanta vyjadruje kombináciu výrobných faktorov, ktoré prinášajú rovnaký zisk.
- V podmienkach konštantných výnosov z rozsahu platí, že zdvojnásobenie každého zo vstupov povedie k zdvojnásobeniu výstupu?
- Zákon klesajúcich výnosov hovorí, že ak zvyšujeme variabilný vstup rovnakou mierou, pričom ostatné vstupy zostávajú konštantné, od určitej úrovne bude celkový produkt klesať.
- Explicitné náklady sú náklady, ktoré firma reálne uhradza.
- Ak sú nákladové krivky v tvare U, potom krivka krátkodobých hraničných nákladov (SMC) pretína krivku AFC v jej minime.



## Zdroje:

STANÍKOVÁ, Z.: Ekónómia - cvičebnica, 1. vydanie, EDIS vydavateľské centrum ŽU, Žilina 2015

LISÝ, J. a kol.: Ekónómia v novej ekonomike, 1. vydanie, IURA EDITION, Bratislava 2005

PARKIN, M.: Microeconomics, 11 th edition, Pearson Education Limited, UK, 2014

SCHILLER, B. R.: Mikroekonomie, 1. vydanie, Computer Press, Brno 2004

SLOMAN, J., HINDE, K., GARRATT, D.: Economics for Business. 6 th edition, Pearson Education Limited, UK, 2013

FRANK, R. H.: Mikroekonomie a chování. 1. vydanie, Nakladatelství Svoboda, Praha 1995

MACÁKOVÁ, L. A KOL.: Mikroekonomie (základní kurs), 3. vydanie, MELANDRUM, Slaný, 1994

MACÁKOVÁ, L., SOUKUPOVÁ, J.: Mikroekonomie (pro inženýrské studium), REPETITORIUM, 1. vydanie, MELANDRUM, Slaný, 1995

STANÍKOVÁ, Z.: Úvod do ekónómie, 1. vydanie, EDIS vydavateľské centrum ŽU, Žilina 2015



**Tento študijný materiál vznikol v rámci riešenia projektu:**

**„Kvalitné vzdelávanie s podporou inovatívnych foriem, kvalitného výskumu a medzinárodnej spolupráce – úspešný absolvent pre potreby praxe“**

**ITMS: 26110230090**

Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť/Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ



**Európska únia**  
Európsky sociálny fond



Ing. Zuzana Staníková, PhD.

